CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE DU SERVICE DE SANTE DES ARMEES DE LOME(ESSAL) 2017

EPREUVE DE MATHS
DUREE : 4 H ; Coef. : 3

Exercice 1 : (4,5 points)

On donne l'équation différentielle : $y'' + 4y' + 4y = (x+1)\,e^{-2x}$ (1)
1. Résoudre l'équation homogène : $y'' + 4y' + 4y = 0$ (2) (0,5 pt)
2. On considère $h(x) = p(x).\,e^{-2x}$ où p est une fonction deux fois dérivable sur IR.
a/ Démontrer que si h est une solution particulière de l'équation (1) alors p est une fonction polynôme de degré 3 que l'on déterminera. (1pt)
b/ f étant une solution quelconque de l'équation (1), démontrer que $f - h$ est solution de l'équation homogène (2). (0,5 pt)
c/ En déduire la solution générale de l'équation (1). (0,5 pt)
3. Soit f une solution de l'équation (1).
a/ Vérifier que pour tout réel x, $4f(x) - (x+1)\,e^{-2x} = -4f'(x) - f''(x)$. (0,25 pt)
puis déterminer en fonction de f et f' une primitive sur IR de la fonction
$x \mapsto 4f(x) - (x+1)e^{-2x}$. (0,5 pt)
b/ Vérifier que la fonction
$x \mapsto (\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4})\,e^{-2x}$ est une solution de (1). (0,5 pt)
En déduire la valeur de $I = 2\int_0^1 (\frac{1}{3}x^3 + x^2)e^{-2x}dx$. (0,75 pt)

Exercice 2 (4,5 points)
1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :
$Z^2 - 2Z + 2 = 0$. (0,5 pt)
2. Soient K, L, M les points d'affixes respectives : $Z_K = 1 + i$; $Z_L = 1 - i$; $Z_M = -i\sqrt{3}$.
Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O\,;\,\vec{e}_1\,;\vec{e}_2)$.
Unité graphique 2 cm.
On complètera la figure dans les questions suivantes. (0,5 pt)
3.a/ On appelle N le symétrique du point M par rapport au point L. Vérifier que l'affixe Z_N du point N est : $2 + i(\sqrt{3} - 2)$. (0,5 pt)
b/ La rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme le point N en le point C et le point M en le point A. Déterminer les affixes respectives Z_A et Z_C des points A et C. (1 pt)
c/ La translation du vecteur $\vec{u}$ d'affixes 2i transforme le point M en le point D et le point N en le point B.
Déterminer les affixes respectives Z_D et Z_B des points D et B. (0,5 pt)
4.a/ Montrer que le point K est le milieu des segments $[DB]$ et $[AC]$. (0,5 pt)
b/ Montrer que : $\frac{Z_C - Z_K}{Z_B - Z_K} = i$. (0,5 pt)
c/ En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$. (0,5 pt)